

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 125111 для 11 класса

1. Проектируя новый коммутатор серии 5Ъ, инженер Паужеткин столкнулся с необходимостью вычислить значение величины

$$W = 2 \sin^2 \frac{43\pi}{15} \cdot \cos^2 \frac{77\pi}{15} + \frac{1}{4} \sin \frac{59\pi}{30} + 1.$$

Найдите значение W и объясните, как это можно сделать без использования специальных вычислительных средств.

2. Некоторое предприятие получает энергию от трех электростанций. При этом первая электростанция поставляет в два раза меньше электроэнергии, чем вторая и третья вместе, а третья – в три раза меньше, чем первая и вторая вместе. Во сколько раз меньше (или больше) электроэнергии поставляет вторая электростанция по сравнению с первой и третьей вместе взятыми?

3. Можно ли из геометрической прогрессии $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$ выделить бесконечную геометрическую прогрессию, сумма членов которой была бы равна $\frac{1}{80}$? Если да, укажите ее первый элемент и знаменатель; если нет, объясните, почему.

4. На продолжении диаметра некоторой окружности AM за точку M выбрана точка C , из которой проведена касательная CK к данной окружности (K – точка касания). На продолжении касательной CK за точку K выбрана точка B и построен треугольник ABC . При каком максимальном расстоянии MC можно таким построением получить равнобедренный треугольник? Ответ выразите в диаметрах заданной окружности.

5. Решите уравнение

$$x^4 - 2x^3 = 4044(x^2 - x) - 2022^2$$

и найдите сумму квадратов всех его действительных корней.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 125112 для 11 класса

1. Проектируя новый аккумуляторный блок серии 5Ъ, инженер Ходуткин столкнулся с необходимостью вычислить значение величины

$$Y = \frac{\operatorname{tg} \frac{7\pi}{10} \cdot \left(\cos \frac{\pi}{5}\right)^{-1} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{5} \cdot \left(\cos \frac{7\pi}{10}\right)^{-1}}{\left(\cos \frac{\pi}{5}\right)^{-1} + \left(\cos \frac{7\pi}{10}\right)^{-1}}.$$

Найдите значение Y и объясните, как это можно сделать без использования специальных вычислительных средств.

2. На конкурсе профессионального мастерства было проведено соревнование по разматыванию кабеля с бобины, призовые места на котором заняли Анин, Банин и Санин. При этом Анин и Банин вместе отмотали в 4 раза больше кабеля, чем Санин, а Банин и Санин вместе отмотали в 3 раза больше кабеля, чем Анин. Во сколько раз меньше (или больше) кабеля отмотал Банин, чем Анин и Санин вместе?

3. Можно ли из геометрической прогрессии $\frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \dots$ выделить бесконечную геометрическую прогрессию, сумма членов которой была бы равна $\frac{1}{124}$? Если да, укажите ее первый элемент и знаменатель; если нет, объясните, почему.

4. В равнобедренном треугольнике ABC на основании AC выбрана точка O так, что окружность с центром O и радиусом OA касается стороны BC . Какое минимальное значение может принимать отношение длин отрезков AO и AC ?

5. Решите уравнение

$$x^4 + 2x^3 = 4044(x^2 + x) - 2022^2$$

и найдите сумму квадратов всех его действительных корней.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 125101 для 10 класса

1. Найдите все корни уравнения

$$(x + 1)(x + 2) + (x - 2)(x - 3) + (x + 3)(x + 4) + (x - 4)(x - 5) + \dots + (x - 2022)(x - 2023) = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + \dots + 2022 \cdot 2023.$$

2. На доске выписаны все натуральные числа подряд от 2 по 2022 (включительно). Найдите сумму всех написанных на доске цифр.

3. На основании AC равнобедренного треугольника ABC выбрана точка M . Окружность с диаметром AM касается стороны BC и делит сторону AB в отношении $3 : 1$, считая от вершины A . В каком отношении точка M делит сторону AC ?

4. Некоторое предприятие получает энергию от трех электростанций. При этом первая электростанция поставляет в два раза меньше электроэнергии, чем вторая и третья вместе, а третья – в три раза меньше, чем первая и вторая вместе. Какая электростанция поставляет больше всего электроэнергии, и какую долю она составляет от суммарных поставок всех трех электростанций?

5. Можно ли из геометрической прогрессии $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$ выделить бесконечную геометрическую прогрессию, сумма членов которой была бы равна $\frac{1}{80}$? Если да, укажите ее первый элемент и знаменатель; если нет, объясните, почему.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 125102 для 10 класса

1. Найдите все корни уравнения

$$x(x-1) + (x+1)(x+2) + (x-2)(x-3) + (x+3)(x+4) + (x-4)(x-5) + \dots + (x+2021)(x+2022) = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + \dots + 2021 \cdot 2022.$$

2. На доске выписаны все натуральные числа подряд от 1023 по 2023 (включительно). Найдите сумму всех написанных на доске цифр.

3. Точка O делит основание AC равнобедренного треугольника ABC в отношении $3 : 4$ считая от вершины A . Окружность с центром в точке O и радиусом OA касается стороны BC . В каком отношении эта окружность делит сторону AB ?

4. На конкурсе профессионального мастерства было проведено соревнование по разматыванию кабеля с бобины, призовые места на котором заняли Анин, Банин и Санин. При этом Анин и Банин вместе отмотали в 4 раза больше кабеля, чем Санин, а Банин и Санин вместе отмотали в 3 раза больше кабеля, чем Анин. Кто занял первое место и какую долю от отмотанного всеми троими призерами кабеля составляет его личный вклад?

5. Можно ли из геометрической прогрессии $\frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \dots$ выделить бесконечную геометрическую прогрессию, сумма членов которой была бы равна $\frac{1}{124}$? Если да, укажите ее первый элемент и знаменатель; если нет, объясните, почему.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 125091 для 9 класса

1. 22 различных натуральных числа дают в сумме 254. Найдите все возможные наборы таких чисел (без учета порядка).

2. Точка P делит сторону AB параллелограмма $ABCD$ на две равные части, а точка Q – сторону CD в отношении $3 : 1$. В каком отношении прямая PQ делит площадь параллелограмма?

3. Восемь участников Веселой затеи должны посетить Тайную комнату (в некотором порядке). Известно, что Алла с Тamarой все делают совместно, а остальные – по одиночке. Кроме того, Валя никогда не делает того, что еще не сделал Вася. Сколькими разными способами могут участники посетить Тайную комнату?

4. Сумма цифр двузначного числа M равна 12. Если к M прибавить 58, то произведение цифр результата равно 8. Найдите все возможные значения числа M .

5. Найдите все корни уравнения

$$\begin{aligned}(x + 2000)(x + 2001) + (x + 2001)(x + 2002) + \dots + (x + 2022)(x + 2023) = \\ = 2000 \cdot 2001 + 2001 \cdot 2002 + \dots + 2022 \cdot 2023.\end{aligned}$$

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 125092 для 9 класса

1. Различные натуральные числа дают в сумме 232, а их количество равно 21. Найдите все возможные наборы таких чисел (без учета порядка).

2. Точка M делит сторону AB параллелограмма $ABCD$ на две равные части, а точка K – сторону BC в отношении $2 : 1$, считая от вершины B . В каком отношении прямая KM делит площадь параллелограмма?

3. Великий бутерброд состоит из девяти слоев, которые могут располагаться в различном порядке с учетом двух ограничений. Во-первых, слои C , D и V должны следовать подряд друг за другом снизу вверх в указанном порядке. Во-вторых, слой X должен лежать ниже слоя Q (они могут быть разделены другими слоями, а могут идти подряд). Сколько различных расположений слоев допускает Великий бутерброд?

4. Сумма цифр двузначного числа M равна 12. Если к M прибавить 58, то произведение цифр результата равно 5. Найдите все возможные значения числа M .

5. Найдите все корни уравнения

$$\begin{aligned}(x - 2000)(x - 2001) + (x - 2001)(x - 2002) + \dots + (x - 2021)(x - 2022) = \\ = 2000 \cdot 2001 + 2001 \cdot 2002 + \dots + 2021 \cdot 2022.\end{aligned}$$